一般教育における数学について

牧野　哲

わが国の大学・短大生数は一九六五年から一九七五年までの一〇年間にほぼ倍増して約二〇〇万人に達し、同一年齢人口に対する比率は四〇％近くになって、ここ五年間もその水準が続いている。つまり大学教育の大衆化が進んでいるわけで、そのなかで一般教育の重要性も大きくなっている。そもそも一般教育の理念とは何であったかというと、専門教育だけでは知性が細分化して民主主義と自由の担いてとしての市民の全人格形成には不都合である、「職業がしばしば人間を分離するものとすれば、人間を近づけ結びつけるものを代表する」ところの「一般教養」(ランジュヴァン）の教育がなされねばならない、高等教育の教育内容もそのように編成すべきである、ということであった。したがってその理念は、今日の大衆化した大学教育の現実と深い関係をもつのは当然である。この一般教育の理念の発祥の地は「万人のための高等教育」という伝統をもつアメリカであって、現にそこでは大学（就学率約五〇％）は一般教育課程を担当し、専門教育は大学院レベル（就学率約三〇％）の分担になっているという（[四]、P・一五三）。

このような一般教育の理念と現状に照らしてみるとき、そのなかで数学教育はどのような役割を果たすのであろうか？　このことが筆者に与えられた研究課題である。しかし、何分にも経験の少なさと研究時間の不足のためにまだ模索の部屋の扉の把手に手を触れた程度というところである。読んでおきたい文献も山積みになっている。したがって小文ではとりあえず、模索の部屋べやの扉のようすが新参教員の目にどのように写ったかを順次描写してゆくことにしたい。

この研究を組織し援助された産業研究所にたいしては、その援助に感謝するとともに、小文をもって暫定的の研究報告として寛受されるようお願いしたい。

我れわれはとりあえず、数学を理論と応用の二面から考えることにしよう。それは、数学学習においては系統学習対問題解決学習の二面性となって現われ、カリキュラム思想としては一般的な数学的教養の涵養対専門教育課程のための基礎的な数式処理能力の訓練の二面性となって現われるものである。

一、理論としての数学

数学は科学の一分野である。したがって、たんに定理＝個々の数学的法則を認識したものを集成し列挙したものではなく、ましてや数学的問題の解決の技法を並べたものではない。広範囲の定理を一定の構造のもとに統括し組織した一つの認識の体系でなければならない。そしてその体系は、実在世界の数量的空間形態的な法則のもつ構造をより正確に反映したものになっていなければならない。一口でいって、数学は理論でなければならないのである。

したがって、一つの理論としての数学は、いくつかの公理＝諸定理

のうちで特に基本的とみなされたものから出発し、予め列挙しておいた推論規則のみを用いて、多数の定理を厳密に導出してゆく演繹体系という形式を用いて叙述されるものである。そして、数学を理論として展開するその展開のしかたを決めるものは何かというと、それは、その時点でどのような定理が知られているかということはもちろんだが、それらの定理の内部構造をどう見、どこが本質的であると考えているか、またそれらの定理相互の必然関係をどう見るのか、さらに次にはいかなる方向に新しい定理を求めてゆくべきだと考えるか、というような諸要因である。したがって、当代一流の指導的数学者たちはいつも、個々の定理の発見を行うだけでなく、理論をこそ（集団的に）提示しているはずである。以下で一般教育課程において理論としての数学を教育するというのは、この意味での理論を広範な学生に伝達することを指すつもりである。けだし、科学としての数学がたんなる数学定理の知識や計算能力と異なる点は、それが個人の主観に留まらず、一般社会において公共的に成立ち、普及・伝承できる形式を備えた一つの客観的存在に転化している点なのである。

先に列挙したいくつかの要因により決定された数学の理論展開の方針がいかなるものかを集中的に表現するのは、それがどのような基本概念＝範疇を立てているかということである。この基本概念なるものは、その時点までの数学の発展ぜんたいの総括であり、理論の叙述においては逆に冒頭の定義として現われるものである。現代数学においては、それは、集合、写像、順序構造、代数構造、位相構造、可測構造である。「数学は理論である」ということを右のように解するとすれば、次は一般教育課程においてそのような理論数学を効果的に教育するにはどうすればよいか、そもそもそんなことは必要なのか、可能なのか、ということを考察しなければならない。そのまえに、数学がその理論性をどのように獲得してきたのかを見ておきたい。

二、数学はどのようにして理論化してきたか？

もちろん、ここは数学史を実証的・全面的に展開する場所ではない。若干のトピックを史書から孫引きするのである。

さて、いうまでもなく、数学を体系的な理論として把えるということは、ギリシアで発生したものである。伝説によれば、メソポタミアやエジプトを歴訪したミレトスの商人タレスは、これら先輩文明の蓄積した数学的技術の成果に驚き、それを「いかにして」行うのかを教授してもらったが、そのときさらに一歩進んで、そのようにすればできるのはいったい「なぜか」を自問したのであり、それが新しい数学の誕生だったと言われている。すなわち数学には、合理的な図式によって宇宙における人間の位置を理解し、カオスのなかにコスモスを見いだし、イデーを論理で排列し、基本原理を発見するという目標が結びついたのである（［五］、P・三一〜三二）。そしてそれは、「算術（＝数論）は知識（＝哲学）のために学ばれるべきであって、商売に使うとか機械を作るとかの何等かの実際的な目的のために学ぶべきではない」という観念へと導いたわけであるが、この観念は数学が理論であるべきだという考え方が、初めてそして野蛮な言い方で、自らの誕生を世界に表明したものと見なしてよいだろう。

それより以後、数学を理論として扱うという考えは、数学の発展史の中で何度も繰り返し現われてくる。図式的に言えば、その時点はいずれも、生産手段の発展と平行して技術的成果が蓄積されてきた時点であって、その蓄積のなかの新たな数学的部分がそれまでの理論体系の限界を明らかにして新しい理論の構築を要求した時点であるということができよう。アルキメデスの時点、デカルトの時点、ニュートンとライプニッツの時点、コーシーとワイエルシュトラスの時点、デーデキントとカントールの時点、クラインとヒルベルトの時点、ウィーナーとノイマンの時点などにこの図式が当てはまるのではないか。そ

の典型例のひとつを、小倉金之助著『階級社会の数学』から引用しておこう。

――ドイツの新人本主義は、「数学それ自らのため」の数学研究を促した。…当時ルジャンドルの楕円積分論は、長年月に亘れる難渋の仕事だった。然るにアーベルとヤコビが、問題の提出法を逆にして、楕円積分の逆函数たる楕円函数を考えたとき、洋々たる大洋が前に開けた、ヤコビの「楕円函数要論」（一八二九）が顕はれたのである。時に老フーリエは、ヤコビの書を批評して、自然哲学の問題が数学者の思索の主要目的たるべきことを述べ、更に付言して云うた。「解析数学を完成するに最も適当な人達が、人智の進歩の上にあんなに必要な、数学上の高い応用の方へ、その研究を向けられんことを、人は切望せざるを得ない」と。この非難がポアッソンによって報告された時、青年ヤコビは老ルジャンドルに書いた。

「フーリエ氏の意見では、数学の主要目的が、公衆の利益と自然現象の説明にあるとのことでした。しかし彼のやうな哲学者は、科学の唯一の目的、それは人間精神の名誉であること、並びにこの名目の下に、数に関する一問題は、太陽系の一問題と同様の価値あることを悟るべきでした。」かくて純粋数学は、今やドイツに於て、フランスに於て、その存在権を主張し、その勝利を誇らんとしつつあった。――〔二〕、P・一八一―一八二。

「数学は世界の構造を認識した理論である」という意識は、けっして自明のものでなく、それの欠落した文化が充分長く安定に存在しえたということは、中国伝統数学史が証明している。中国ではいわゆる諸子百家の時代（紀元前五世紀ごろ）までにギリシアと比べて見おとりのしない数学成果があり、また『墨子』には、「円とは一つの中心から同じ長さのことである」というような数学的内容を論理的に表現した文言さえ見られる。しかし、数学研究はもっぱら、財政を担当する官員（「司会」）、天体観測と編暦を担当する官員（「疇人」）等の国家官僚の実務技能のなかに閉じこめられて、理論としての数学は絶えて創造しえなかった。（〔二〕）

また、数学を形式論理による演繹体系として叙述し得ることを知っていること、あるいはそのような書物が保管されていることは、それだけでは、人びとが数学を理論として把握せねばならないと確信することには直結しない。このことを、明末（一六世紀末〜一七世紀初）に中国へヨーロッパ数学の第一次伝入があったときのエピソードから読みとることができる。イエズス会士マエオ・リッチがユークリッド『原論』を導来し、徐光啓（一五六二〜一六三三）がこれを漢訳したのであるが、このときのようすを李儼・杜石然著『中国古代数学簡史』から引用しておこう。

――『幾何原本』は厳密なロジック体系をもっていて、その叙述方式は中国伝統の『九章算術』とは完全に違っている。

『幾何原本』は少数の公理・公準から出発し、演繹的の論述を進めてゆくが、『九章算術』はそうではなく、例題をいくつか挙げたあとで一般解法を論述するという帰納方式を採用している。徐光啓は『幾何原本』を中国伝統数学から区別するこの特徴について、比較的はっきりした認識をもっていた。かれは「刻『幾何原本』序」のなかで次のように言っている。「（原本は）由顕入微、従疑得信。蓋不用為用、衆用所基（公理・公準は一見したところ無用のようにみえるが、そのじつはまさしく「衆用所基」なのである）、真可謂万象之形囿、百家之学海。」とりわけ、「『幾何原本』雑議」のなかではさらに一歩進めてこう提起している：「此書有『四不必』：不必疑、不必揣、不必試、不必改。有『四不可得』：欲脱之不可得、欲駁之不可得、欲減之不可得、欲前後更置之不可得。」「有『三至』、『三能』：似至晦、実至明、故能以其『明』明他物之至晦、似至繁、実至簡、故能以其『簡』簡他物之至繁。易生於簡、簡生於明、綜其妙、在『明』而已。」彼は書物ぜんたいの妙を総括すれば「明」の一字にな

るとしたが、これはロジック推論の特徴を指摘したのである。これから彼は「幾何之学、通即全通、蔽即全蔽」と考え、また「此書為益、能令学理者祛其浮気、練其精心、学事者資其定法、発其巧思、故挙世無一人不当学」と言った。ただ、この点を当時理解しうる人は多くないということも彼は知っており、そのためにまた「竊百年之後、必人人習之」とも言っている。要するに彼は、面積や体積などの計算問題に習熟すること以外に、人がロジックの思考を進めるという能力を訓練することもできるという、幾何学の重要な意義を充分認識するに至ったわけである——［九］、P・二二八—二二九。

この徐光啓のように当時の中国の烱眼が数学の演繹体系の性格を確実に把握していたのならば、中国数学は一七世紀からヨーロッパ数学と直ちに合流して理論数学のグローバルな発展の一部となったかというと、そうならずに相変らず数学は官僚制度のなかに封じ込められ、もともと数学技術の先端では決して遜色はなかったのに、とうとう決定的に立ち遅れてしまったのである。してみると、演繹体系という形式を数学の叙述形式としては知っていても、おそらく数学の体系性をその精神、内容から不可避な形式として、我われのいう理論としての数学の必然的な姿態として把握することはなかったのであろうと想像される。数学的知識を集めて叙述する形式としてどちらが優れているかという観点からすれば、ユークリッド原論のような演繹的叙述形式と九章算術のような問題集的帰納的叙述形式との優劣を比較してどちらか一方に決することは困難なはずである。「思考の経済」をもち出してきて演繹的形式に軍配を上げようとしても、技術や知識を叙述して伝達する実際の過程での能率や「経済性」からみると、演繹的形式より帰納的形式の方がとりあえずは有効な場合も少なくないだろうからである。ゆえに問題は、叙述形式としての演繹体系があり得ることを知っているかどうかではなく、数学の科学としての理論性から不可避の叙述形式として体系性を理会するかどうかにかかっていることがわかる。

三、数学を理論として継承するのは誰か?

いづれにしろ、一つの文化のなかで「理論としての数学」が全く脱け落ちていて数学技術ないしバラバラ雑多な数学技能の細々とした伝承のみしか見られないという状況も、相応に存続しうるということがわかる。そして、理論を叙述した書物が好事家の書庫には存在しても、人びとの精神のなかに生きて活動していなければ、やはり「理論としての数学」はその文化の中では死んでいるということになる。

今後もしそういう状況に人類が逆戻りしたとすれば、そのときは数学のみならず、全てにわたった知的退廃の時であるに違いない。そのようなことのないように、理論としての数学という長い人類の苦労の遺産を正しく継承してゆくことは、一般教育課程における数学教育のしごとであろう。なぜならば、そのような全般的な知的退廃を止めることは、数学専門家にできるとは思えないからである。彼ら自身が数学の美酒に酩酊しているのであるから、もちろん、数学が荘大なる理性の大伽藍であると認めることにやぶさかであるはずはないが、しかし畢竟それだけである。やはり社会の主人公たる一般勤労青年が理論としての数学の組み立てのなかに何ほどかの共感を見いだし、自然と社会に対する苦闘のなかで自らを解放するために役だつ認識を何ほどかそこから抽き出すことによって、数学を理論として擁護する気にならなければ、いかんともできないであろう。

たしかに、ギリシア数学は当時の奴隷主階級のみの余裕の産物であった。アリストテレスは、「ギリシアの学問は暇つぶしから生まれた」と明言したそうである。また、先に見たように「理論としての数学」は無くとも直ちに生きて行けなくなるような性格のものではない。このことから「理論数学のごとき仙人の食らう霞のようなものを一般に

教育しようなど、ムダ・ムリで、そんなことは数学専科のあるところで好きなようにやってもらえばよかろう」という極論もあろうかと思う。それがけしてムダではなく必要だということを今までに主張したのであるから、こんどはムリかどうかを考えねばならない。

現在は、ギリシア時代ではない。冒頭に引用したように、一九七五年をピークとして大学の大衆化が進行し、四〇％の青年が大学に在席する。「高学歴・低学力」と悪口されようが、これが国民ぜんたいの文化・科学水準の向上への希求を反映しているという一面は否定できまい。それを許す生産力の発展段階にあることを否定してもはじまらない。現状を前向きに活かすとすれば、それは理論として、体系的な学として、人類の英知の結晶としての数学を学ぶ機会が、ごく少数の支配的階層の子弟＋数学専門家予定者という狭い範囲の占有から解放されて、大多数の勤労諸階層の子弟に拡大されたことに率直に祝杯をあげ、理論にますます磨きをかけて、これを普及してゆけばよいのである。だが事情は、はたしてそのように推移しているであろうか？

大学における高等教育の大衆化にみあうべき教育条件は、政府・自民党の貧弱な施策のために充実するよりもむしろ低下しており、その矛盾は学生増の八割を引きうけた私学に集中している。この矛盾を放置できなくなった政府は一九七五年に自民党議員立法で「私立学校振興助成法」を通過させた。これによって「私学の無制限な膨張に歯止めをかけ、量的拡大から質的向上への転換を図る」としているのであるが、まるで人ごとのように「高度経済成長はもう終りましたから、君たち猫も杓子も大学進学のバカ騒ぎはやめなさい」と言わんばかりの姿勢である。その結果文部省は私学にたいしてプロクルステス顔負けの減量指導を開始したが、それは現場では「量的拡大より質の向上へ」の転換というよりはむしろ単純明快な合理化・管理強化として現象している。ほんとうに質の向上を図るというならば、まずもっとも矛盾としわよせを引きうけている私学一般教育課程にしかるべき手当てを行うことが、高等教育の大衆化状況を内実あるものに発展させる鍵であろう。

さらにこの際に見過せないのは、私学振興法と同時に行なわれた「学校教育法」の一部改正による専修学校制度の発足の背後にある思想である。これはこれまでの各種学校の地位を向上させて「高等教育の多様化」を企図するのであるというが、実は私学膨脹抑制策と連動しているのだという（〔四〕、第二章、第七節）。そうだとするとこれはおそらく、私学に矛盾が集中した大衆化段階の高等教育の中で重要な課題である、一般教育の専門教育との、また理論教育と技術教育との調和の実現という困難な作業にたいする援助・指導を行うという政治任務を回避するために、身がわりを立てて国民の要求と不満を逸らせているのであろうが、これでは文化・科学水準を高めたいと要求する国民の視界のなかから、理論的な学問や基礎的な科学に触れる機会をおしのけることになり、質の向上にも格差是正にも矛盾した政策ということになるであろう。

このような現実情勢の推移と数学発展史の教訓とをつきあわせてみると、一般教育課程での数学教育においてこそ「数学は理論＝認識の体系であって、問題解法のよせあつめではなく、じっくり学ぶべき価値のあるものだ」という視点を強く意識する必要があると考えたのである。

四、数学を理論として教育するにはどうすればよいか

一般教育課程において数学は理論として教育するべきだという主張に関して誤解を避けるために二点の釈明を注意しておきたい。

一点めは、それは数学の学習を通して「論理的に考える能力と態度を育成する」というような意味をもたせていないという点である。ヨーロッパ中世の「自由学芸」の六科目のうち半数は数学ないしその関

連科目であるが、この伝統の中では数学は理性を磨き頭脳を訓練するために学ぶといういわゆる形式陶冶的な観点であったといわれる。じっさい、中世の教会における算術は、実用とかけはなれた極めて煩瑣で無意味な数の分類になっていたという（小倉金之助、[二]、P・六三―六六）。数学学習の目的を精神修養に置く考え方は、数学の理論性の形式である演繹体系形式をペダンチックに歪曲反映したものであって、せいぜい「数学を勉強すれば頭がよくなる」という迷信に帰着する。しかし、数学を理論的に学ぶことと数学で論理力を訓練することとはしばしば混同してうけとられやすい。「頭を良くするために数学を学ばされ」たのでは、誰でも数学に共感をもつはずはないのである。

　二つめは、あくまでも「数学を理論として教える」ことを主張しているのであって、「数学が理論であることを教える」という意味をもたせていないという点である。後者の方は、数学教育の課題というよりは哲学ないし科学論教育の題材である。つまり、数学教育としては学生が現代数学の理論を受け容れてくれればよいのであって、彼らがこれはなるほど理論だと評価するかどうかに直接には関与しない。それをも希待すると話が混乱するばかりであろう。強いて言えば、このところが一般教育における数学教育と数学教室専門教育におけるそれとの分かれ目であろうが、後者は本学には関係ないので研究する必要がない。

　さて、一般教育課程において数学を理論として教えるには具体的にはどうすればよいのか、を考えてみよう。すぐに思い浮ぶのは、理論として教えるといって、現代数学の公理体系を棒読みする気か、という問いである。率直に言って筆者はそれでもよいと考える。その理由のひとつは、ルネ・トムが『現代数学と通常の数学』のなかで、数学教育現代化主義者の誤りの根元は次の公準に依拠することにあるとして批難しているところの公準：「思考の隠れた機構を意識し、明らかにすれば、その機構は容易になる」という公準がそんなに誤っているとは思えないからである。アメリカで現代化をおしすすめたブルーナーの表現では、この公準は次のようになっている。

――（現代化の重要なテーマは）つぎにのべる一つの中心的な確信を前提にしている。すなわち、知的活動は、知識の最前線であろうと、第三学年の教室であろうと、どこにおいても同じものであるということである。…物理を学習している男の生徒はいわば物理学者なのであって、その生徒にとっては、物理学者がするように物理を学習することのほうが、ほかのなにかをするよりも容易なのである。――[八]、P・一八。

　そしてふたつめの理由は、自分が教育経験の浅い若年の教員であることを考えれば、むしろ生兵法の教育技術をふりまわして理論を損ね骨ぬきにするくらいなら、生硬な天下り式の方がまだマシだと思うからである。

　率直に言って我れわれの世代は現代数学によって教育を受けて来たのであり、とりわけ筆者は数学の古典的教養の学習を怠ったままで抽象度の高い学習に直接はいったという個人的な学習径路を経験しているから、抽象的な演繹体系を頭ごなしに受けとることにたいする抵抗は少ないわけである。だから、まず抽象的な演繹体系が提示されるのであっても、後で実例でそれを固めるのなら、その順序もまんざらではないと考えるのである。

　そうは言っても、ルネ・トムの次のような考え方もしごくもっともであるし、理想的であるとも思えるのである。

――よい教育においては、人は新しい存在をそれを使うことによって導入する。そしてそれらの相互作用の規則を、存在していると考えられる素朴な要素でもって明らかにする。その後で初めて抽象的な定義を与えることができるようになる。…数学の教育が立ち向かわねばならない真の問題は厳密性の問題ではなくて、「感覚＝意味」の構成の問題であり、数学的対象の「存在論的正当化」の問題であ

る――「七」、P・二六。

たしかにこれは数学理論の教育の理想形態にちがいない。ただ、このような教育課程を予め充分に練り上げて仕組んでおくという作業を一から始めるとなると、相当の労力が必要であろう。そして、この方法は、文言の字面からもはっきりと見られるように、あとで考えようとしている数式処理能力の訓練、数学技術の習得と数学の理論的理解とを統一して進めて行こうとするものであるから、その意味でも理想的であり、同時にきわめて高度で実行のむつかしい方法である。

数学を理論として教えるという以上、現代の理論的発展段階を総括しているはずの基本概念の定義を明示しなければならないということになる。それが教育過程のなかで冒頭に位置しているか（天下り式の場合）あるいは総括の終尾でおこなわれるか（発見的方法の場合）は別にして、とにかくどこかで基本概念のはっきりした明示があったかどうかが、理論の教育であったか否かの指標になるのであって、演繹的体系の細部があますところなく提示されたかどうかはそれほど重要でないであろう（一般教育課程ではそれはむしろ不可能か?）。してみると、たとえば微積分学の課程では、関数が連続とはどういうことか、積分とは何かをハッキリ定義しなければならないということになる。そうすると、悪名高い ε―δ を避けられないということになってくる。これは明らかに悩みの種ではある。そんなとき、ルネ・トムが同じ論文の中で断言することば：「数学における厳密性はいままで誇大評価されてきた。数学ほど厳密性の不必要な科学はない。そもそも厳密性は管理としていつも後からついてくるものだ」ということばは極めて魅惑的に響く。しかし、今の我々の考察の文脈においては、この甘い誘惑に乗るわけにはいかない。たとえば、トムが「数学の推論の正当性を判断するためには、大きな公理論的構成や手のこんだ概念的な機械の製造は必要ではない。使われている記号の各々についての意味、十分明晰な知性、そしてそれらの記号の作用的性質について十分に完全な視点を持つことだけで事足りる」と書いているのを読むとき、我われわれは敢えて、その記号の意味や操作法についての「十分に完全な視点」を持つにはどうするのか? 繰り返し習熟によるのか? 「十分明晰な知性」については天賦のものだけで足りるのか? そもそも公理論的構成や概念的機械装置が推論を明晰にするのに役だたないのなら、なぜそんなものがあるのか? を問わなければならない。

ここで我われは希望を見い出さなければならない。それは、現代数学の諸概念、公理論的体系と言えども発展途上にあり極めて歴史的に制約されたものであって、現時点で最善のものというにすぎず、もっと明晰なもので交替されることを待っているのだという希望である。先に挙げた微積分学の δ―ε にしても、もし例えば **non-standard analysis** の理論がさらに発展すれば、もっとナイーヴでしかも厳密なものに交替させることができるかもしれないと希望を抱くのである。したがって、手持ちの定義が扱いにくいからという理由で一般教育課程の数学教育のなかでそれを無視するというのは、やはり一種の職務怠慢かもしれないと自分を叱咤せねばならないのであろう。

この点について憶い出さなければならないのはデーデキントのパンフレット『連続性と無理数』（一八七二）である。これは、微積分学の現代の厳密理論の基本概念としての「実数」概念をはじめて明確に構成したものである。微積分学の推論の正当性を確信するためには「実数」概念など無用の長物と言う人はいないであろう。（かりに数学専門家が同僚の推論をチェックするときにその都度実数の定義に戻ったりはせず簡単な図を描いて済ませたとしても、それはただ彼がそれまでの生涯のある時点で実数概念を徹底的に追跡してわがものとした結果として、彼の明晰性の範囲が後天的に拡張していたためである。）この重要なパンフレットの序文でデーデキントは研究の動機を次のように告白しているのである。

――当時私はチューリヒのスイスの連邦工科大学の教授として、は

じめて微分学の基礎知識を講義しなければならない立場にあったが、そのときにそれ以前にも増して、数の理論の真に科学的な基礎が欠けていることを痛感した。…(幾何学的直観に助けを借りる)ような微分学への導入が科学性を有すると主張できないことは、誰も否定できないであろう。当時私にとってこの不満はおさえ切れないものになったので、その結果私は、無限小解析の原理の純粋に数論的な全く厳密な基礎を見いだすまではいくらでも永く熟考しようと固く決心した。──[一〇]、P・九。

デーデキントのこの序文は我々にいつも希望の光の見えることを教え、限りない励ましを与えてくれるのである。

五、技能としての数学とその教育

現代フランスの指導的な数学者J・ディユドネは解析学の教科書を次のように書き出している。

──「今日の学生はもはや解析を知らない」これは、物理学者や工学者から現場の数学教育者に向ってよくいわれる訴えであるが、その正当性は認めざるをえない。理学部の二年あるいは三年の学生が変数変換一つ、部分積分一つに十数分も苦労しているのをみると、まったくいらいらさせられる。ましてその学生が(往々そうなのだが)自分の無知、不器用を、どんな意味かもよく知らない、きざな役にもたたない隠語で飾ろうとするときには。……たとえ数学が問題を解決するために数多くの新しい概念の発展を導き入れたとしても、それこそが、いわば問題の核心に光を集中し、無駄な細部を取り除くことによって五〇年前には近づくこともできないと思われていた領域に大きく踏み入れることを許したのである。抽象を愛するがゆえに抽象を求める数学者は、たいてい凡庸である──[六]、まえがき。

他のあらゆる分野と同様に、数学においても理論と技術とは相互に規定しあって発展する。ギリシアの理論数学にしたところで、素材は先輩文明から受けついだ技術数学であった。ゆえに、技術としての応用がなければ、数学はそもそも発生もせず、発展もしなかったであろう。これは、数学の歴史でもあり、同時に学習者一人ひとりのなかの数学の個体史においてもそうである。

初等教育の要目はいつでもどこでも、読み書きと計算であったが、大学に学ぶ青年にとっても数量処理能力は言語処理能力とともに知的基礎能力としてひきつづき養成されなければならないのであって、このことから、基礎的な数学技能、数式処理能力は、数学理論の教養とともに一般教育課程の数学教育の対象範囲にはいってくる。それは、特定の専門教育に従属するものではないが、ディユドネの書きおこし方にも現われているように、専門教育とヨリ直接的な関係がある。特定の専門に従属した技能ではないから一般教育の対象となるのであるけれども、それは「不定専門教育」としての一般教育の対象となるのだといえるであろう。

してみると、研究するべき第一点は、現代の科学・技術における数学利用の現状である。これを明らかにしてはじめて、不定専門教育としての一般的数学教育が養成しようとする基礎的な数量処理能力はどれかが決まってくるからである。

とにかく現在我々は「科学技術革命」の只中におり、数学にたいする技能・技術としての要求は出所も広範囲になり色合いも多様なものとなっている。一九一九年に小倉金之助は講演して、いわゆる理論数学と応用数学との分離・対立を「まことに悲しむべき」現象であると指摘した上で「実用数学の理論的基礎の研究はすなわち理論数学を豊饒にするゆえんであり、数学の大建築をますます完備させるゆえんであると信じます」と言ったが、今日、数学はこの予言どおりの方向に発展してきている。コンピュータ技術の発達と数値解析の理論の発展

の関係にその典型をみることができよう。またさらに、古典的な数式処理能力の養成のみならず、高度に発達した科学・技術とその大衆化はコミュニケーションのための補助言語としての数学にたいする操作的な教養をも要請している。

一方、一般教育課程に配分されているのはわずか一年間であるから、これらの広範・多様な要請に応じるために養成するべき数量処理能力、数学利用能力の内容は予め充分に精選しておかねばならない。そのためには、現代の科学・技術各方面での数学利用の現状の把握は、あそこにも・ここにもと列挙する表面的な研究では役に立たない。ところが、立ち入ってしらべてみると、技術としての数学利用の効果は一見するほど単純なものではないことに気づく。例えば、簡単に「近来は社会科学にも数学利用の侵透はめざましい」と言っているだけならよいが、すぐに次のようなよく吟味すべき経済学者の発言に行きあたるのである。

――実は最近の経済ではやっているのは、こういう前提にすると、どういうことが言えるかという論文ですが、これは数学から経済学に転じて、経済学という分野で自分の数学的能力を検証しようと思う人間がやり出したことであって、数学者としてダメな人間が経済学部に来たというのが、だいたいの姿なんです。――〔一〕、P・一〇二。

こうして、科学・技術における数学利用の現状についてその質にまで立ち至って研究するということは、いかに魅力的な研究課題であるといっても、講義と専門研究の残りの時間でできるようなものではないことも明らかである。次に、研究すべき第二点は、学習者の数量処理能力の発達の現状をどう把握し、教育効果をどう評価するかという点である。それをよく研究してはじめて、短期間に有効に数学利用能力をのばすための方法と技術が決まってくるのであるが、学習者の数量処理能力の現状は、これまた表面上の高校卒業資格と高校指導要領を参照して何かが得られるものでないことは明らかである。教室での接触のなかから実情を正確に把握して適切な指導を行わねばならないのだが、筆者のように経験の浅い者にとっては、これが案外にむつかしい。学生がこの問題がわからない、あの計算ができない、その記号を知らない、ということは見れば分かるのであるが、最も根本的な理解のつまづきはどこにありその本質は何かということは、なかなかつきとめるのに容易でない。現状は、それをせずに対症療法で手なおしてすむ状況にはないのである。

こういうわけで、上記二点は、技能としての数学とその教育を考える上でどうしてもしっかりと研究しておかなければならないところなのであるが、ここにこれ以上報告し論じるまでに研究することがかなわないまま締切り日を迎えている。後日、研究を深めた上で論じることにし、一旦擱筆することにしたい。

あとがき

産業研究所一般教育研究室徳永旻教授からは「感想文はだめだ、論文ですよ」と釘をさされていたのだが、ご覧のように何とも得体の知れない文章になってしまった。このような大きな問題は、もっとしかるべき方々のご指導を拝いで慎重に論じるべきところであったはずで、今となっては後悔するばかりである。ここに一言お詫びしておさたい。

引用文献

〔一〕伊東光晴、作る喜びと生きる呪いをこめて、一九八〇。(平凡社カルチャー today⑤「作る」所収)。

〔二〕小倉金之助、数学史研究第一輯、岩波書店、一九三五。

〔三〕小倉金之助、理論数学と実用数学との交渉、一九一九。(小倉金之助著作集四、勁草書房、一九七三所収)。

［四］　喜多村和之、誰のための大学か（日経新書　三一九）、日本経済新聞社一九八〇。

［五］　D・J・ストルイク、岡邦雄・水津彦雄訳、数学の歴史、みすず書房、一九五七。

［六］　J・ディユドネ、丸山滋弥・麻嶋格次郎訳、無限小解析一、東京図書、一九七三。

［七］　ルネ・トム、足立正久・宇敷重広訳、現代数学と通常の数学、「現代」数学、それは教育学的、哲学的誤りか？（R・ジョラン編、何のための数学か、東京図書、一九七五所収）。

［八］　J・S・ブルーナー、鈴木祥茂・佐藤三郎訳、教育の過程、岩波書店、一九六三。

［九］　李儼・杜石然、中国古代数学簡史、商務印書館香港、一九七六。

［一〇］　J・W・R・デーデキント、河野伊三郎訳、数について（岩波文庫六四五七―八）、岩波書店、一九六一。

参考文献

本文をまとめるにあたり、次の文献は全面的に参照した。今は亡き尊敬すべき先哲に感謝する。

［A］　戸坂　潤、科学論、三笠書房、一九三五。（青木文庫三六〇、青木書店一九七三）

［B］　遠山　啓、著作集、太郎次郎社、一九八〇。（現在続刊中）

―昭和五十六年二月四日　原稿受理―

（まきのてつ　大阪産業大学教養部）